**14. Закон больших чисел**

**Теорема 14.1. *Неравенство Чебышева***. Если случайная величина имеет конечную дисперсию (), то для любого справедливо неравенство

**Доказательство.** Рассмотрим неотрицательную случайную величину , имеющую математическое ожидание . Будем считать для определенности, что непрерывная; для дискретной случайной величины все легко повторить.

откуда следует неравенство Маркова

Если применить его к случайной величине , то получится неравенство Чебышева.

**Теорема 14.2. *Закон больших чисел Чебышева***. Пусть – независимые одинаково распределенные случайные величины с математическим ожиданием

и дисперсией тогда для любого справедливо неравенство

**Доказательство.** Рассмотрим случайную величину

для которой

Подставляя в неравенство Чебышева, получаем утверждение Теоремы.

Применим доказанное неравенство к схеме Бернулли. Пусть *p* – вероятность успеха в одном испытании, тогда число успехов в *n* независимых испытаниях можно представить как сумму независимых бинарных случайных величин :

Рассмотрим частоту появления успеха в серии испытаний,

поскольку согласно неравенству Чебышева получаем

Мы получили ***закон больших чисел Бернулли***: наблюдаемая частота события в серии испытаний стремится к вероятности этого события при большом числе испытаний, в том смысле, что

то есть, вероятность любого, сколь угодно малого отклонения стремится к 0.

**Определение.** Последовательность сходится к случайной величине ***по вероятности***, (обозначается если для любого

С использованием этого понятия ***закон больших чисел в схеме Бернулли*** можно сформулировать так: наблюдаемая частота события в длительной серии экспериментов стремится по вероятности к теоретической вероятности этого события.

обработка измерений теория ошибок (Вентцель 314 , см Колмогоров - старый обзор, тж литер см в комп библиотеке)